

单元素养测评卷(一)

第九章

(时间:120分钟 分值:150分)

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

- [2023·石家庄十一中高一月考] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,若 $a-2b+c=0, 3a+b-2c=0$,则 $\sin A : \sin B : \sin C =$ ()
A. 2:3:4 B. 3:4:5
C. 4:5:8 D. 3:5:7
- 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,已知 $b = \sqrt{7}, c = 2, \sin B = \frac{\sqrt{7}}{4}$,则 $C =$ ()
A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{5\pi}{6}$ D. $\frac{2\pi}{3}$
- [2024·江苏常州高一期末] 在 $\triangle ABC$ 中,若 $BC = 2, AC = \sqrt{2}, A = 45^\circ$,则 $\triangle ABC$ 的面积为 ()
A. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$
C. $\sqrt{3}+1$ D. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ 或 $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$
- [2024·广西柳州三中高一月考] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,若 $\cos B = 1 - \frac{b^2}{2ac}$,则 $\triangle ABC$ 的形状是 ()
A. 直角三角形 B. 钝角三角形
C. 等腰三角形 D. 等边三角形
- [2024·广州一一三中学高一期末] 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,若 $(\sin B + \sin C)^2 = \sin^2 A + (2 - \sqrt{2})\sin B \sin C, \sqrt{2}\sin A - 2\sin B = 0$,则 $B =$ ()
A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

- [2024·长春十一中高一月考] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,则下列结论正确的是 ()
A. 若 $A > B$,则 $\tan A > \tan B$
B. 若 $A > B$,则 $\cos A > \cos B$
C. 若 $a \cos A = b \cos B$,则 $A = B$
D. 若 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$,则 $a = b = c$

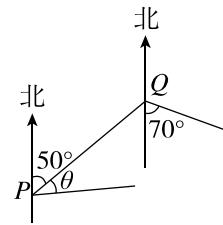
- [2024·浙江宁波高一期末] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,若 $\frac{a+2c}{b} = \sqrt{3} \sin C + \cos C$,则 $\frac{a+c}{b}$ 的最大值为 ()
A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

- 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,已知 $c = 2, \frac{b}{c} = \frac{\sin B}{\sqrt{3} \cos C}$,则 $a+b$ 的取值范围为 ()
A. (2,4] B. (2,2 $\sqrt{3}$] C. [$\sqrt{3}$,4] D. [2 $\sqrt{3}$,4]

二、选择题:本题共3小题,每小题6分,共18分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得6分,部分选对的得部分分,有选错的得0分.

- 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,根据下列条件解三角形,其中有两个解的是 ()
A. $a = \sqrt{2}, b = 2, B = 120^\circ$
B. $a = 2, b = \sqrt{3}, B = 45^\circ$
C. $b = 3, c = \sqrt{3}, B = 60^\circ$
D. $a = 2\sqrt{3}, b = \sqrt{10}, B = 60^\circ$

- [2024·郑州高一期中] 如图,在一次海上训练中,雷达兵在 P 处发现在北偏东 50° 的方向,相距30海里的水面 Q 处,有一艘 A 舰艇发出液货补给需求,它正以每小时50海里的速度沿南偏东 70° 的方向前进,这个雷达兵立马协调在 P 处的 B 舰艇以每小时70海里的速度,沿北偏东 $50^\circ + \theta$ 的方向与 A 舰艇对接并进行液货补给.若 B 舰艇要在最短的时间内实现液货补给,则 ()



- B 舰艇所需的时间为1小时
 - B 舰艇所需的时间为2小时
 - $\sin \theta = \frac{3\sqrt{3}}{14}$
 - $\sin \theta = \frac{5\sqrt{3}}{14}$

- [2024·长春十一中高一月考] 在 $\odot O$ 的内接四边形 $ABCD$ 中, $AB = 2, BC = 6, AD = CD = 4$,下列说法正确的是 ()

- $A = \frac{2\pi}{3}$
- 四边形 $ABCD$ 的面积为 $8\sqrt{3}$
- 该外接圆的直径为 $\frac{2\sqrt{21}}{3}$
- 该外接圆的直径为 $\frac{4\sqrt{21}}{3}$

三、填空题:本题共3小题,每小题5分,共15分.

- [2024·江苏南通高一期末] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,若 $a = 1, b = 2, \cos C = \frac{1}{4}$,则 $\sin A =$ _____.
- 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c ,已知 $\sin A + \sin B = 2\sin C, \triangle ABC$ 的周长为15, $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{21}{2} \sin C$,则 $\cos C =$ _____.
- [2024·济南高一期末] 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 $a, b, c, (\sin A + \sin C)^2 = \sin^2 B + \sin A \sin C$,则 $B =$ _____;若 $b = 2\sqrt{3}$,则 $a + \frac{1}{2}c$ 的取值范围是 _____.

四、解答题:本题共5小题,共77分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

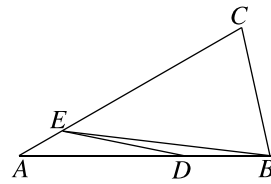
- (13分) 已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边,且 $c(a \cos B - b \sin A) = a^2 - b^2$.
(1) 求角 A 的大小;
(2) 若 $a = 2, \triangle ABC$ 的面积为2,求 $b+c$ 的值.



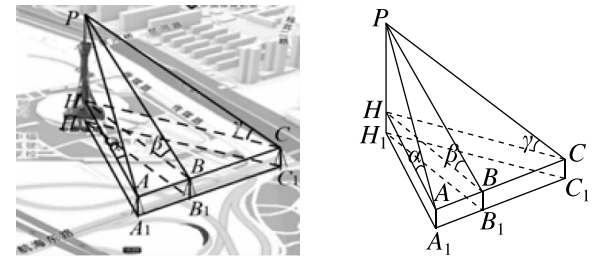
16. (15分)[2024·重庆巴蜀中学高一月考] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,已知 $a \sin B = b \sin\left(A + \frac{\pi}{3}\right)$.
- (1)求角 A 的大小;
- (2)若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$,角 A 的平分线与 BC 交于点 D ,且 $AD = \sqrt{3}$,求 a 的值.

17. (15分)[2024·浙江余姚中学高一月考] 在锐角三角形 ABC 中,内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,已知 $b = 2\sqrt{3}$, $2a - c = 2b \cos C$.
- (1)求角 B 的大小;
- (2)求 $3a + 2c$ 的取值范围.

18. (17分)[2024·北京一六六中学高一月考] 如图所示,在 $\triangle ABC$ 中, $A = \frac{\pi}{6}$, $BC = \sqrt{7}$, D, E 分别是边 AB, AC 上的点(不与端点重合),且 $DE = \sqrt{7}$.在条件① $AB = 3\sqrt{3}$;② $\cos B = \frac{\sqrt{21}}{14}$;③ $CE = 4$ 中选择两个使得三角形存在且解唯一.
- (1)求 $\sin C$ 的值;
- (2)求 BE 的长度;
- (3)求四边形 $BCED$ 的面积.

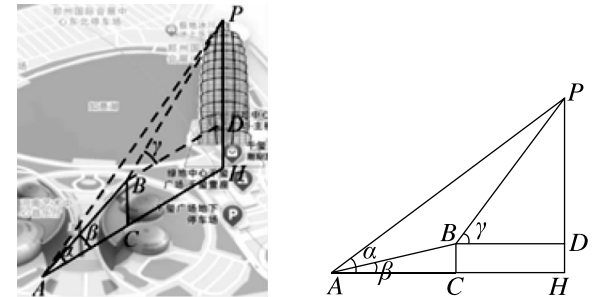


19. (17分)[2024·郑州外国语学校高一月考] 郑州市中原福塔的塔座为鼎,寓意为鼎立中原,从上空俯瞰如一朵盛开的梅花,寓意为花开五福,福泽中原,它是美学与建筑的完美融合.绿地中心千玺广场“大玉米”号称中原第一高楼,璀璨繁华的外表下包含浓郁的易学设计理念,流露出馥郁的古香.这两座塔都彰显了中华文化丰富的内涵与深厚的底蕴.小米同学积极开展数学研究性学习,用以下方法测量两座塔的高度.
- (1)如图①,为测量中原福塔的高度,小米选择视野开阔的航海东路上一条水平基线 A_1C_1 ,使 A_1, B_1, C_1 共线,在 A_1, B_1, C_1 三点用测角仪测得 P 的仰角分别为 $\alpha = 45^\circ, \beta = 45^\circ, \gamma = 37^\circ$,其中测角仪的高度为1米,为了测量距离,小米骑共享单车,速度为5 m/s,从 A_1 到 B_1 耗时28 s,从 B_1 到 C_1 耗时为原来的2倍,求塔高 PH_1 .(取 $\sqrt{42} = 6.45, \tan 37^\circ = 0.75$)



①

- (2)如图②为测量千玺广场“大玉米”的高度,小米选择一条水平基线 AH ,使 A, C, H 三点共线,在 A, B 两点用测角仪测得 P 的仰角分别为 α, γ ,在 A 处测得 B 的仰角为 β ,测角仪高度忽略不计.小米使用智能手机运动测距功能,测得距离 $AB = \lambda$.



②

- ①试用 $\alpha, \beta, \gamma, \lambda$ 表示塔高 PH ;
- ②若 $\alpha = 36.7^\circ, \beta = 12.7^\circ, \gamma = 53.3^\circ, \lambda = 205$ m,求千玺广场“大玉米”的实际高度.

(取 $\sin 36.7^\circ = \frac{3}{5}, \sin 16.6^\circ = \frac{57}{200}, \sin 40.6^\circ = \frac{133}{205}$)